

PROJETO E CONSTRUÇÃO

DE

TÚNEIS URBANOS

...

CONCEITOS BÁSICOS

E

**ALGUMAS RECOMENDAÇÕES CORRENTES
EM SOLOS,
EXTENSÍVEIS, COM PRECAUÇÕES,
AOS SAPROLITOS**

1. INTRODUÇÃO .

O assunto de túneis urbanos merece ser subdividido em dois enfoques fundamentais, o da **teorização**, e o das **técnicas construtivas**. Sabidamente os dois são absolutamente inseparáveis, mormente neste tipo de obra em que todos os comportamentos **tensão-deformação-tempo** dependem visceralmente das técnicas construtivas, incluídos os equipamentos, logísticas, reforços, e tratamentos.

Porém, o que determina a engenharia respectiva é o grave e justificado temor de afundamentos da superfície, e de danos aos imóveis sobrejacentes, ambos decorrentes das deformações que resultam da escavação no interior do maciço de suporte. No caso dos túneis urbanos as **conseqüências sócio-jurídico-econômicas** de danos às estruturas sobrejacentes podem ser muito sérias. Ademais, nestes túneis as razões insuperáveis de traçados geométricos otimizados levam aos túneis pouco profundos, muito mais influentes no maciço sobrejacente. As Sociedades ricas do 1^o mundo tem sistematicamente levado a soluções construtivas esmeradas e caras, colimando **deformações essencialmente zeradas**: empregam equipamentos de investimentos caríssimos que só podem se aproximar de justificação técnico-ecônômica se houver **continuidade de uso em túneis idênticos sucessivos**; ou empregam tratamentos de pré-reforços do terreno também muito caros, porém em princípio ajustáveis de ponto a ponto, embora na prática sempre empregados sob receitas empíricas nunca justificadas.

O fato curioso é que não se encontra qualquer relato técnico que tenha publicado quer:

(1) as bases de cálculo, mesmo aproximativas, pelas quais teriam sido comparados os comportamentos previsíveis **sem e com** o pré-reforço preconizado;

(2) eventuais alternativas para solução do mesmo propósito;

(3) a comparação admitida dos **custos e benefícios** das ditas **condições sem e com o pré-reforço**.

Uma análise precipitada do porque de tal realidade, perante assunto de tal gravidade, levaria à hipótese da prevalência do temor do fantasma do risco inquantificado, e do marketing. Não deixarão de estar contribuindo. Porém,

aprofundando-nos na análise histórica dos fatores causativos e motivadores, concluímos que:

1. **a razão principal foi a de que não se encontra apoio em teoria adequada**, associada a parâmetros e comportamentos geomecânicos efetivamente intervenientes, tais como deduzimos das investigações geológico-geotecnicas de rotina;
2. a teorização inicial tentada, lançada sob patrocínio de nome mui prestigioso, foi mal orientada e estéril;
3. enquanto o campo acadêmico hesitava em encarar a desejada e necessária revisão, as necessidades profissionais adquiriram um ritmo desenfreado, que foi quase obrigado a dispensar os apoios teórico-práticos.

Resulta, infelizmente, a predominância de dois extremos da distribuição estatística típica: as situações extremas. Por um lado, em grandes trechos, bem sucedidos (e despercebidamente muito mais caros do que merecido); por outro lado, em certas condições, as **surpresas dos graves acidentes**, muitíssimo mais caros, porém lamentáveis, pela freqüência com que ocorrem como absoluta surpresa (sempre justificada a posteriori).

Concomitantemente se instalou a prática, racionalmente muito justificável, da grande indústria do “acompanhamento das deformações da obra em curso”, afim de poder:

- (1) alertar e orientar quanto a limites dos comportamentos a admitir como aceitáveis;
- (2) orientar quanto a pré-reforços e procedimentos para os avanços a serem enfrentados. Na realidade o que se observa como resultado é que pela falta da espinha-dorsal teorizável, em torno da qual coletar e diferenciar os comportamentos, a prática da “observação de convergências” se transformou numa indústria, de ônus adicional não desprezível, que pouco pode contribuir, por não alcançar os graus desejados de diferenciação estimativa do aceitável/inaceitável, ademais de raramente poder orientar implementações em tempo hábil.

Em resumo, por análise meticulosa da bibliografia que retrata o histórico da questão, concluímos que:

- (1) ocorreu uma minimização de formulação da teoria/projeto, de investimento insignificante e relação benefício/custo incalculável;

(2) resultou conseqüente incapacitação de inserção proveitosa do enorme volume de documentação de observações de obra:

(3) em contraposição a profissão se defronta com três custos e gastos exagerados:

(3.1) trechos desnecessariamente bem mais caros do que possivelmente admissível;

(3.2) insofismável encarecimento com "acompanhamentos técnicos de obra" em rotinas de relação benefício/custo inescapavelmente quase nula;

(3.3) periódicos, e não raros, custos enormes de graves rupturas.

2. RESUMO E CONCLUSÕES.

2.1. A mui divulgada tigela de recalque segundo curva tipo-Gaussiana realmente configura melhor as observações de obra, particularmente em casos em que os revestimentos foram mais tardios e/ou insuficientes.

2.2. Esta proposição nasceu e resultou absolutamente estéril, por não estar associada a nenhum comportamento ou parâmetro geomecânico, assim frustrando qualquer possibilidade de racionalização e previsão. É ilógica, e merece ser liminarmente abandonada. Pelo sucesso (ilusório) em retroanálises puramente empíricas, durante 30 anos tolheu os esforços a favor de soluções lógicas.

2.3. As buscas de teorizações (publicadas) de tentativas quer analíticas quer numéricas por elementos finitos, abriram portas à resolução do problema, mas resultam insuficientes e desorientadoras, por terem se cingido a hipóteses de comportamentos constitutivos (matematizáveis) aplicáveis consentaneamente a todo o maciço, sem inclusão de mais de uma componente distinta, cada uma fortemente influente.

2.4. A via promissora resulta do reconhecimento da enorme diferença que sofrem os materiais em seus comportamentos tensão-deformação-tempo em função dos diferenciados fatores de segurança (FS perante ruptura) de diferentes zonas do maciço no entorno do túnel. Assim, a análise tem que se compor de quatro etapas:

2.4.1. Análises de zonas instabilizáveis, tanto frontal, como subsequentemente as laterais e sobre a abobada, e (mais raro) mesmo nas bases e fundo. Por fortes motivos de geomecânica-geotécnica, tais análises atualmente tem que ser feitas por vias de **equilíbrio limite**, e não pela teoria da plasticidade (e ramificações).

2.4.2. De acordo com os FS calculados, e o tempo de instabilização previsível até a efetivação da contenção, adotar judiciosamente nas zonas instabilizáveis as grandes reduções do módulo de elasticidade nominal, conforme se deduzem como inevitáveis (e podem-se estimar) a partir de farta documentação de provas de carga.

2.4.3. Mediante as análises por elementos finitos, e parâmetros seletivos aplicados às zonas diferenciadas de instabilizações, resultam análises bastante realísticas, permitindo prever e projetar. E, são diretamente relacionadas a comportamentos e parâmetros geomecânicos logicamente entendíveis.

2.4.4. Para as aplicações de conveniência e rapidez exigidas na prática profissional de obra, falta agora realizar um número suficiente de análises deste tipo, para estabelecer **ábacos das influências** dos parâmetros intervenientes comparativos, **sem e com os reforços correntes** disponíveis, a aplicar segundo realmente necessários.

3. ESCOPO E PREOCUPAÇÃO DA PRESENTE MINUTA RELATIVA À AUDITORAÇÃO DAS INDICAÇÕES DE PROJETO.

3.1. Já assinalamos nas conclusões supra a **realidade da desorientação** a que o campo profissional foi, com merecido respeito e boa fé, levado durante a última trintena de anos. Portanto, quaisquer comentários em nada se referem quer a empresas e colegas profissionais, quer à falta de reconhecimento do sucesso e merecido prestígio das atuações das construtoras frente a obras desafiantes e esmeradas.

3.2. Como primeira Constatação séria (que peço me seja documentadamente retificada o quanto possa) espanta-me ter concluído que:

(a) essencialmente nenhum projeto é liminarmente **acompanhado de memorial de cálculo**, com interveniência de parâmetros geomecânicos do terreno, e os parâmetros específicos e previstos para o revestimento primário;

(b) a fortiori, nenhum caso oferece antecipadamente as indicações de **como alterarão os elementos principais** ao longo do trajeto, para atender a variações previstas em função da seção longitudinal do terreno;

(c) ainda mais enfaticamente, nenhum caso oferece a-prioristicamente a **mínima indicação de quais as ramificações possíveis e previsíveis de interpretações de comportamentos menos desejáveis**, e, moto contínuo, quais as implementações a aplicar rapidamente (com sua justificativa semi-quantificada) para sustar a involução do comportamento.

Ademais da grave lacuna perante a obra específica, tal política de atuação afasta qualquer hipótese da coleta sistemática de **orientações teorizáveis, afinadas com a prática**, desejadas e indispensáveis para o avanço sistemático da experiência.

3.3. Ressalva.

Embora historicamente as primeiras orientações tenham sido dadas com relação a rochas fraturadas (ex. Fig. 1, Terzaghi 1946) o presente complemento continua a deixar de lado aqueles casos. Constituem realmente capítulo à parte. Entre as muitas razões, basta assinalar três:

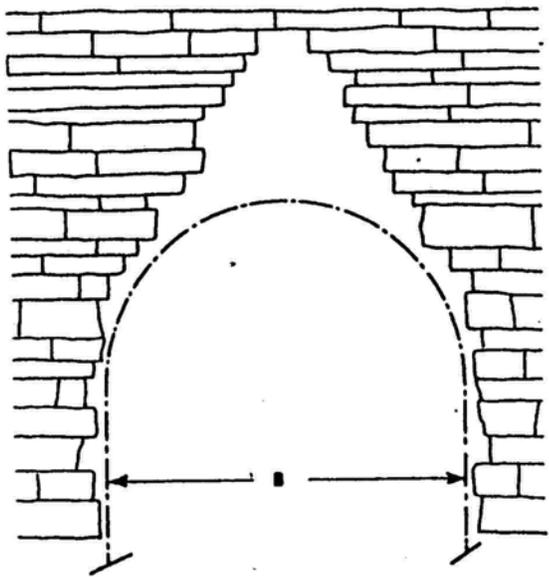
(a) são demasiado extremas as variações, entre rochas muito resistentes com elevadas tensões internas a ponto de estalarem, e as rochas brandas suscetíveis de inchamentos;

(b) são muito variadas as disposições (azimutes e mergulhos) fortemente intervenientes dos planos de fraqueza;

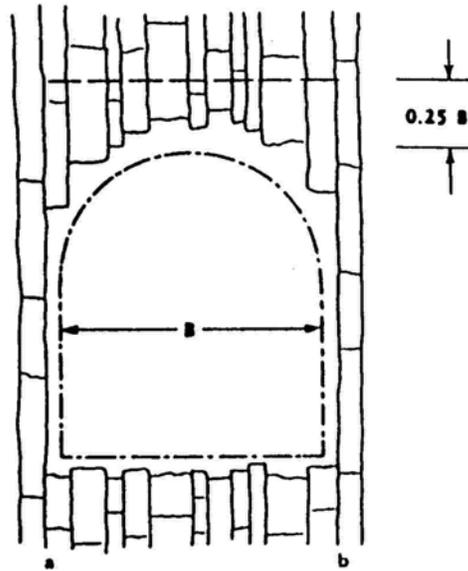
(c) significativo número de graves rupturas mostra que **estão por enquanto mal equacionados na Mecânica das Rochas os problemas conjugados de pressões neutras de superfície ("cleft-water pressures") nos planos, e as resistências ao cisalhamento (inclusive diferenciados, de planos contínuos, ou de pontos isolados de contactos muito resistentes quebradiços).**

3.4. Proposições básicas.

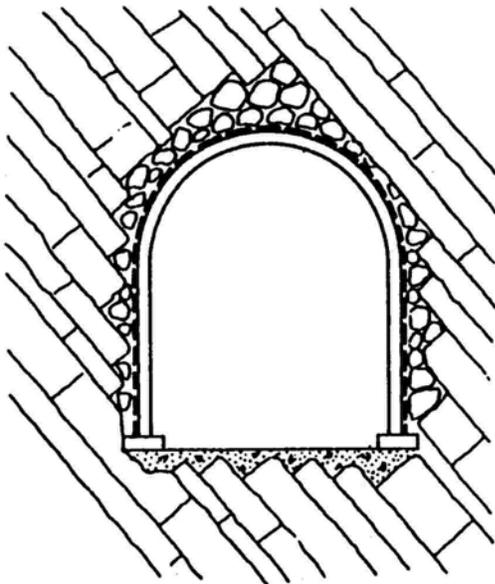
3.4.1. Nunca nos livraremos dos **COEFICIENTES DE AJUSTE** entre previsão e realidade. Procuramos conhecê-los estatisticamente, e reduzir suas faixas de dispersão.



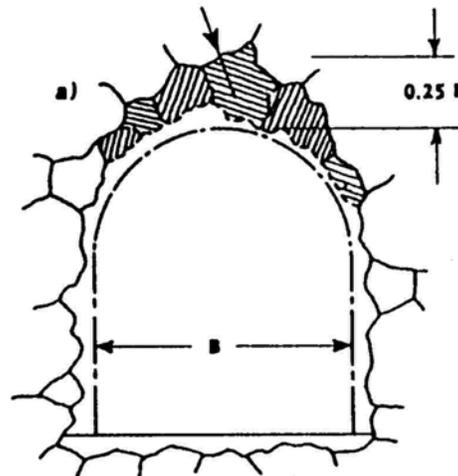
a) Estratificação horizontal



b) Estratificação vertical



c) Estratificação inclinada



d) Rocha fraturada

Fig. 1 - Formas de comportamento da rocha a ser escavada, segundo a estratificação (TERZAGHI, 1946).

3.4.2. Não interessam os casos (a) casuais, unitários, de ajuste “excelente” (b) de ajuste inescapavelmente excelente por ser **levado à proximidade de zero** (c) individuais de retro-análise ajustada à aproximação desejada.

3.5. Deformações liminarmente condicionantes. Instabilizações parciais, e ulteriores rupturas, influentes já com reduções de FS.

Nos túneis em solos, e em casos urbanos, são muito graves os recalques provocados à superfície, e no maciço terroso até a superfície, para evitar rupturas de galerias, e casos diversos de fissuramentos indesejáveis em edifícios importantes, freqüentemente mais vulneráveis a deslocamentos diferenciais por velhice, e efeitos anteriores acumulados e desconhecidos.

A técnica econômica e flexível de RSST (**rapid shotcrete supported tunneling**) internacionalmente difundida como NATM, abriu as portas a grandes vãos, formas diversas, e túneis menos profundos, todas elas convidativas a deformações bem maiores. Depende, inclusive, fortemente, dos **tempos de reação** (a) do revestimento primário de concreto projetado (com seus reforços), (b) e do próprio terreno, solicitado e deformado em função do alívio de pressões gerado pela escavação.

Em perspectiva mais ampla interessam-nos as **deformações** (tanto recalques como deslocamentos horizontais) de quaisquer túneis, e tanto à profundidade, ao redor do elemento causador (por razões de compreensão teórica, e por conseqüências práticas, em casos de fundações profundas), como em outros níveis, e à superfície; e, bem assim, em todo e qualquer túnel, seja em percursos rurais de túneis rodo e ferroviários, como nas cidades.

3.6. Deformações e instabilizações parciais dominadas por análises e cálculos por PRESSÕES EFETIVAS.

Só cabem as análises por **PRESSÕES EFETIVAS**, com os seguintes pormenores.

Em questões de **DEFORMAÇÕES** exigem-se as composições de vetores das pressões efetivas: pressões efetivas de peso e de esforços aplicados “lentos, drenados”, e pressões efetivas de percolações.

Perante análises de **INSTABILIZAÇÕES** (Equilíbrio Limite, e, inclusive

estágios intermediários de plastificações e deformações cisalhantes respectivas) compete computar por incrementos de tensões, e, no caso de carregamentos incrementais rápidos, a prudência pode ditar o emprego de envoltória de resistência Mohr-Coulomb adensada-rápida, em lugar da efetiva, drenada.

3.7. Resguardo liminar relativo à TEORIA DE PLASTICIDADE, essencialmente sedutora por sofisticações ilusórias de publicações persistentes modernas de acadêmicos.

Cabe rechaçar liminarmente o emprego da TEORIA DE PLASTICIDADE para análises de rupturas: é inaplicável mesmo nos solos “ideais”, inclusive, em particular para os casos genéricos e dominantes de redes de percolação e de sobrepressões neutras (sedes da maioria dos problemas).

A fortiori, rechaçar as aparentes sofisticações complementares, de comportamentos elasto-plásticos, visco-elasto-plástico, etc...

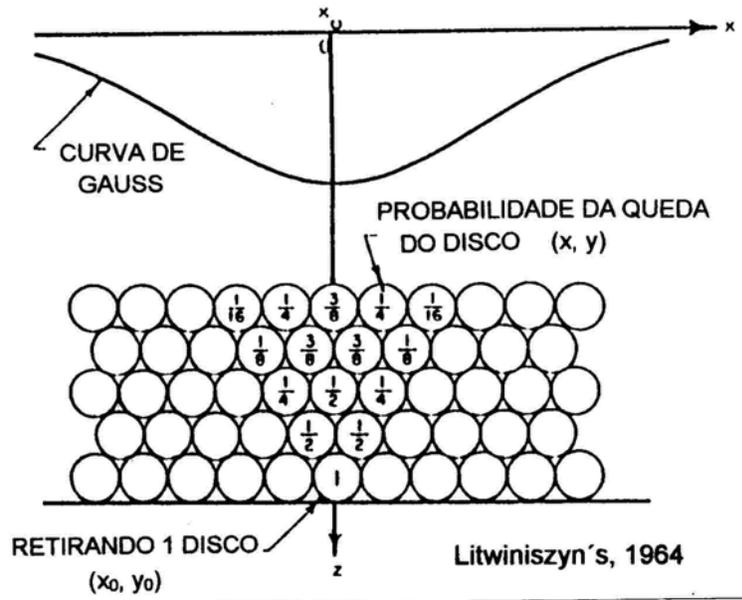
Frente a tais propósitos que surjam, desafiar liminarmente a que se determine **quais os ensaios convencionais e/ou especiais** que fornecem os parâmetros embutidos nas análises. Geralmente inexistentes.

4. HISTÓRICO.

S. Litwiniszyn (1964) (Fig. 2) imaginou as probabilidades de discos de diâmetro constante, arrumados em condição de arranjo mais denso, de descerem, no caso da remoção de um disco central do fundo. Cogitava de problema super-idealizado de blocos de rocha (N.B. sem parâmetros dos contatos ou interfaces). Concluiu, inevitavelmente, que a **subsidiência** se assemelha a uma **curva de Gauss**, probabilística, para o problema estocástico imaginado. (B. Schmidt, 1969)

$$s(x, z) = \frac{vI}{\sqrt{4\pi B(z_0 - z)}} \exp \left(-\frac{(x_0 - x)^2}{4B(z_0 - z)} \right)$$

onde: $s(x, z)$ = recalque à distância x do eixo e profundidade Z



B = fator diretamente proporcional a diâmetro dos discos.

Fig. 2 - A tigela de Gauss, lógica para a idealização geométrica de Litwiniński.

Note-se que resulta obrigatoriamente que o **volume da tigela de recalques é constante a todas profundidades.** (p.31). B. Schmidt embora reconhecendo que “em muitas situações soluções elásticas para o problema poderiam ser mais apropriadas em termos teóricos, mas em vista da complexidade das soluções elásticas, a **solução estocástica mais simples é preferível**”¹. Schmidt passou a trabalhar na Universidade de Illinois onde Peck colocou à disposição o vasto dossier de dados de obras; resultou uma fértil conjugação de uma pseudo-teoria bem adaptada a retro-análise, com um grande dossier de dados para retro-análises: e esta fecundação recebeu inconscientemente o imenso respaldo do nome prestigioso de Peck no seu State-of-the-Art Report, México 1969.

¹ Veremos que são várias as ressalvas a tal solução primordial, e à tese.

(1) É mais simples para ajustar em retrospecto de casos passados, mas torna impossível prever, por não estar associado a parâmetro nenhum, quer de solo, quer de tratamentos e efeitos construtivos etc. (2) causas não são só de alívios elásticos, muito dependendo de reais “perdas de Volume”; (3) as atenuações de efeitos através do solo não podem dar volume constante de tigela; (4) o “ponto de inflexão” da curva passou a sugerir importância, impossível de justificar; (5) não há como antever, nem as variações ao longo da longitudinal.

Peck apropriadamente ressalva “the settlement trough... can usually be represented within reasonable limits by the error function or normal probability curve. **Although the use of this curve has no theoretical justification**, it provides at least a temporary expedient for estimating the **settlements to be expected at varying distances laterally from the center line of a tunnel**” . Ora, *desapercebidamente* com tal promoção da curva injustificável passou-se a esquecer, em segundo plano, o que realmente seria, foi, e é primordial : (1) estimar o recalque máximo (do qual a curva de recalques laterais não passa de um efeito consequente) , e isto de uma forma **relacionável com os parâmetros geomecânicos realmente intervenientes**; (2) permitir avaliar ao longo do trajeto longitudinal, as conseqüências de variações de condições do subsolo e dos carregamentos sobrepostos de edificios etc... (3) permitir avaliar **geomecanicamente os benefícios** (com suas relações benefício/custo, de custos sempre altos) das múltiplas técnicas de tratamento, drenagens e reforços etc que vieram sendo desenvolvidas e proliferam ; (4) dar sentido à enorme intensidade que passou a proliferar de instrumentações e monitoramentos, quer das convergências e deslocamentos dos revestimentos primários, quer do terreno circundante.

Um sem número de trabalhos, de autores prestigiosos (Attewell et al-1982, Cording et al-1975, Fang et al-1994, Saenz et al-1971, Fujita - 1982.) passou a se dirigir no sentido de comprovar que as deformações realmente seguiam a “curva de Gauss” . E praticamente passaram a ser esquecidas as necessidades de **começar por estimar** o ponto do recalque máximo em função de solos, métodos construtivos, tempo de auto-suporte etc. Peck tabelou dados de 17 casos, dos quais postulou três grupos de “terrenos” (sem interveniência de métodos construtivos, logística, tempo de auto-suporte etc) a ver (cf. fig. 11):

“areias abaixo do lençol freático”

“argilas moles a rijas”

“rochas, argilas duras, areias acima do lençol d’água” ;

e para estas três categorias forneceu presumidos limites das “geometrias” das curvas de Gauss que lhes seriam aplicáveis. As indicações fornecidas para os diferentes grupos resultam (como só poderia ser previsto) tão amplas e dispersas, que geraram duas tendências opostas:

(1) desalento;

(2) vários esforços para ajustar de qualquer forma, sem raciocínios geomecânicos.

5. SOLUÇÕES ANALÍTICAS DO PRÓPRIO CASO, E DE CASOS ANÁLOGOS, JÁ EXISTENTES.

Observa-se que a tigela empírica de Gauss (dados antigos) afunda bem mais sobre o túnel.

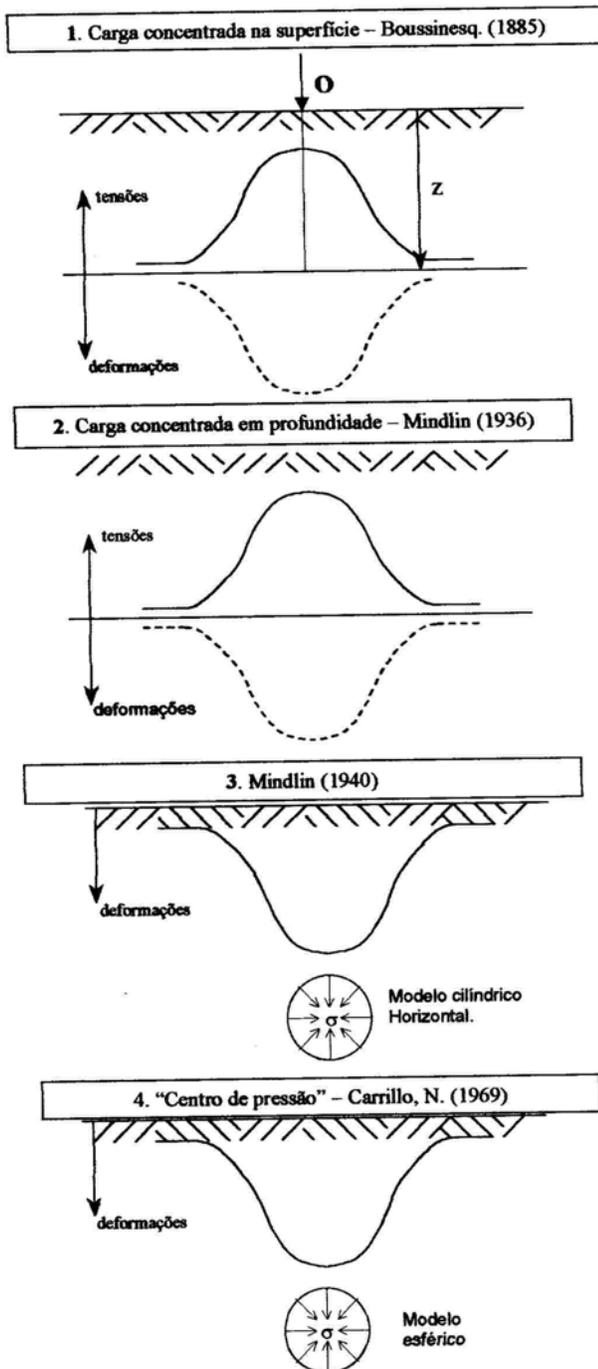


Fig. 3a - Soluções analíticas, elásticas, já anteriores.

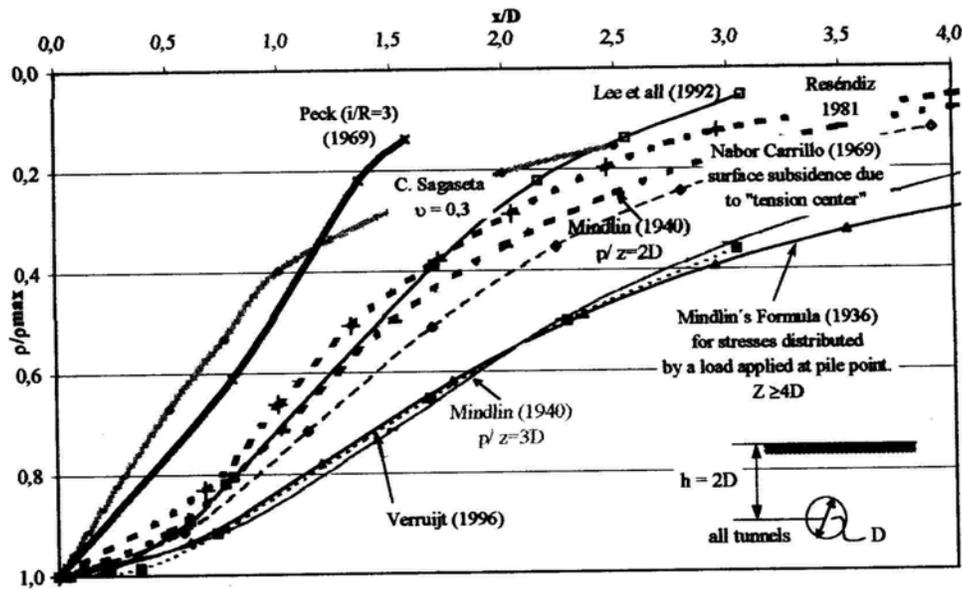


Fig. 3b₁ - Analogias (comportamento elástico, elasto-plástico) com a curva de Gauss, estéril.

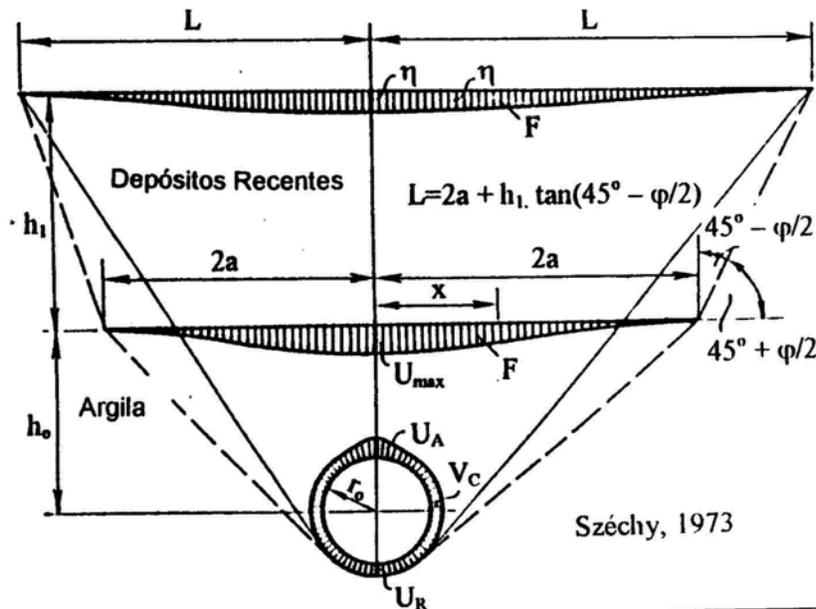


Fig. 3b₂ - Exemplo, distribuição geométrica idealizada típica da curva de recalques na superfície e sua transferência em profundidade, $\Delta v=0$.

Fig. 3b - Recalque na superfície, transversal: hipóteses, inferências.

Fig. 3 - Resenha histórica comparativa de soluções análogas.

6. SOLUÇÃO LÓGICA E REALÍSTICA.

6.1. Por interesses práticos, para decisões razoavelmente balizadas a serem tomadas **na obra ao longo do percurso do túnel**, são indispensáveis soluções que sejam desenvolvi(das)(veis) com ábacos indicando as **alterações previsíveis de efeitos em função de alterações de fatores provocadores**.

6.2. Para tal fim, via de regra é necessário compor uma seqüência lógica de análises:

(a) de instabilização potencial, por equilíbrio limite

(b) de deformações, função do módulo pseudo-elástico nominal, e do tempo, **ambos estes fortemente ditados pelo FS (fator de segurança) e pelo tempo**. Só cabe “amolecer” os volumes instabilizáveis.

Interveniências construtivas tem que ser apreciadas em função das logísticas, tempos de efetivação.

7. RESUMO DOS ESTUDOS E APRECIÇÕES QUE LEVARAM ÀS PRESENTES PROPOSIÇÕES.

7.1. Casos específicos e especiais de obras retroanalisados por elementos finitos. Relatos sistemáticos de sucesso, porém suspeitos e iludentes, por retro-ajustados.

Enquanto por um lado prevaleceu a esterilizante conceituação probabilística-Gaussiana, por outro lado sempre prevaleceu indiscutível o fato de que o comportamento geomecânico elástico ou elasto-plástico etc..foi **sistematicamente empregado** , em diferentes graus de sofisticções, para **retroanálises de casos específicos e especiais**. Sem entrar em detalhes podemos listar as seguintes publicações:

1) de Beer,E.E. (1963) “The scale effect in the transposition of the results of deep-sounding tests on the ultimate bearing capacity of piles and caisson foundations” Géotechnique 13, 1, pg.39. (Bélgica)

2)Wanninger,R.(1979) “New Austrian tunneling method and finite elements”. Numerical Methods in geomechanics, Vol.2 , pg. 587 . (Alemanha)

- 3) Rowe, R.K., et al. (1983) . Canadian Geotechnical Journal, 1, pg.11. (Canadá)
- 4) NG, R.M.C., et al. (1986). Canadian Geotechnical Journal, 1, pg.30. (Canadá)
- 5) Hou, X. and Xia, M. (1995). Underground Construction in Soft Ground, pg.85, (China)
- 6) Abdel, Baki, et al. (1996). North American Tunneling'96, 1, pg. 11. (Egito)
- 7) Notake, N. and Taji, T. (1998). Tunnels and Metropolises, 2, pg. 969. (Japan)
- 8) Malato, P. et al; Marques, F. et al (1998). Tunnels and Metropolises, 2, pg. 1169 (Portugal)
- 9) Targas, D.N. et al (1998) . Tunnels and Metropolises, 2, pg. 993 (Brasil)

Cabe ressaltar de novo que os grandes órfãos continuam a ser, pela incapacidade de predizer, em função de parâmetros geomecânicos, qual a magnitude dos recalques máximos ao longo de uma LONGITUDINAL DE TÚNEL,

(a) a Empreiteira, obrigada a investir em determinado equipamento e processo etc., com riscos de difícil avaliação,

(b) o público lindeiro, com os riscos de danos etc.

7.2. Soluções generalizáveis por elementos finitos.

Com o progressivo avanço das análises numéricas, outros caminhos passaram a ser utilizados. O trabalho de Sagaseta (1973) é um exemplo digno de nota desta nova linha de análise através de soluções genéricas modeladas em elementos finitos, obviamente muito idealizadas no início, mas já indicativas de um futuro promissor.

No entanto não há como conceber análises de elementos finitos como ferramenta básica da análise de acompanhamento da obra. Ainda persiste este

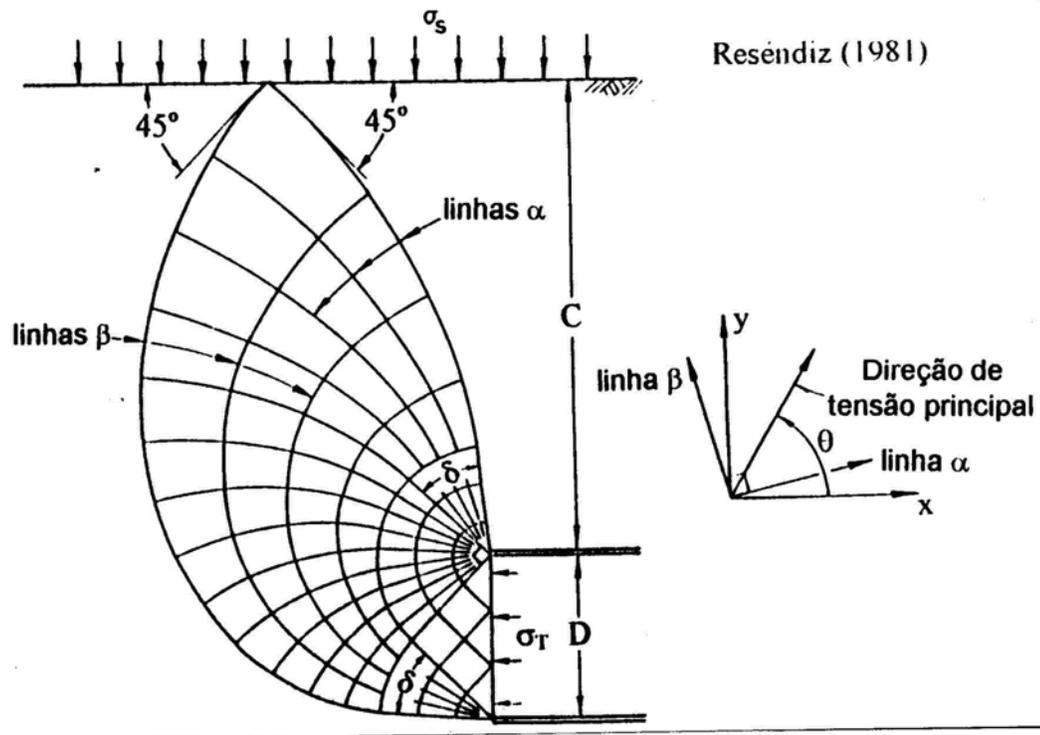


Fig. 5a - Exemplo extremo de linhas características da Teoria de Plasticidade.

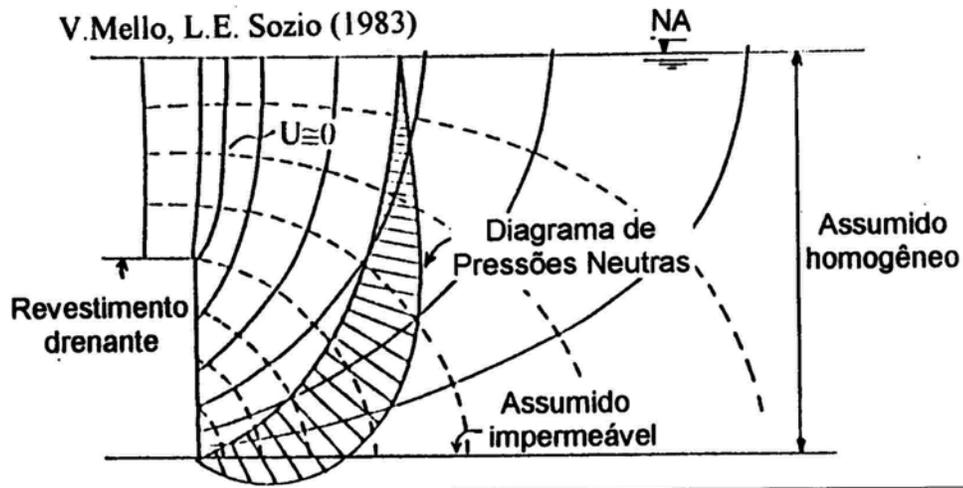


Fig. 5b - Exemplo de uma análise viável de Equilíbrio Limite.

Fig. 5 - Instabilizações da frente e análises propostas.

c) efeitos tridimensionais na frente de escavação (fig.6): este problema afeta não só a instabilização da face (itens anteriores), mas também a instabilização lateral (2-D) das paredes escavadas.

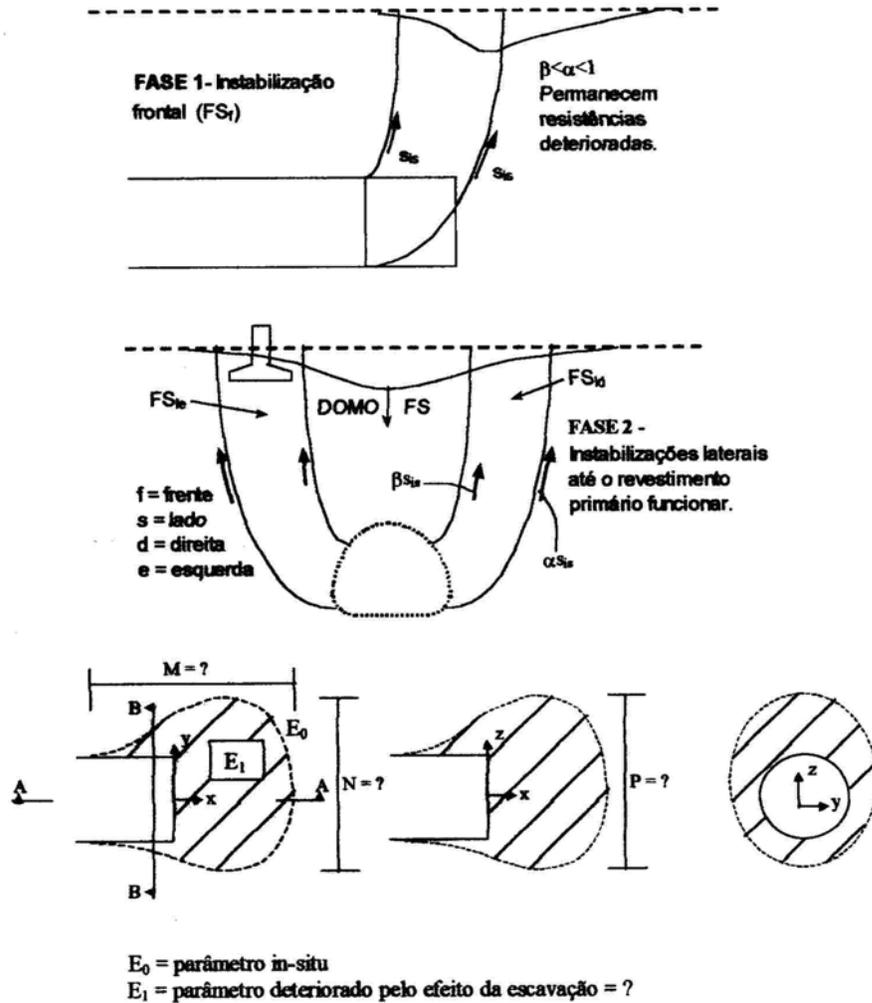


Fig. 6 - Combinação de instabilizações frontal e laterais com a deterioração parcial da resistência.

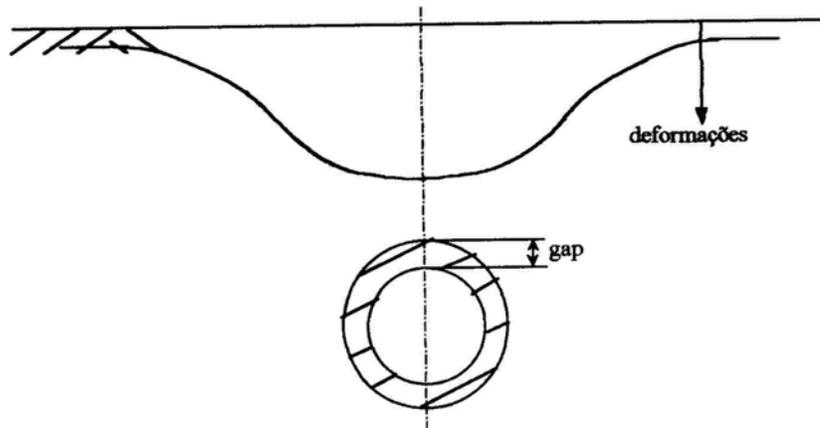
7.3. Soluções analíticas intermediárias.

No universo intermediário existente entre as soluções empíricas e as sofisticadas (e pontuais) análises numéricas, um avanço importante foi a consideração do efeito de "perda de terreno" ao redor da escavação em soluções analíticas, como por exemplo em Résendiz, 1981 e Rowe, 1983. Mais recentemente Lee, 1992 e Loganathan e Poulos, 1998 ampliaram o emprego

deste conceito indicando como quantificar o volume de perda de terreno (gap parameter) incluindo considerações práticas sobre a qualidade de execução de escavação (fig. 7).

Inicialmente desenvolvida para túneis escavados com shield, onde o vazio criado entre o revestimento e o solo (gap) é uma consequência do processo construtivo, em termos de modelo analítico pode ser transportado sem muita dificuldade para escavações por NATM. Esta linha de evolução poderá trazer maiores benefícios práticos se estiver associada à progressiva mudança do FS por instabilização tanto da frente quanto das laterais em análises de equilíbrio limite.

a) Rezéndiz & Romo, 1981; Rowe et al, 1983 e Verruijt, 1996.



b) Lee et al, 1992; Loganathan & Poulos, 1998.

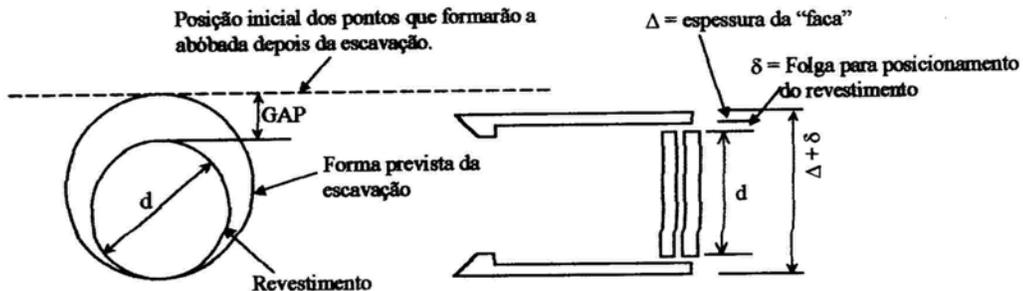


Fig. 7 - Condição instabilizada de "perda de volume da auréola", um passo na direção certa.

8. EXPLICAÇÃO E JUSTIFICATIVA DA PROPOSTA BÁSICA DO ÍTEM.

8.1. *Instabilização parcial da frente.*

Afora os casos extremos da formação de “catedrais” e “crateras” (de afundamento estendendo até a superfície) é inexorável ocorrerem as condições de **instabilizações parciais** da frente resultando no afundamento longitudinal típico exemplificado pela Fig. 4. Tal instabilização potencial e seu Fator de Segurança FS tem que ser liminarmente analisada.

Na Fig. 5a configuramos (propositadamente) o extremo (visivelmente ironisável) do recurso à teoria de Plasticidade, que acima declaramos rechaçável. Na parte inferior Fig. 5b exemplificamos esquematicamente o emprego da análise por Equilíbrio Limite, que recomendamos.²

Cumprе assinalar que ambas as vias de cálculo necessitam os COEFICIENTES DE AJUSTES da análise corrente 2-D (bidimensional) para a realística necessária 3-D. Entrarão aqui as vantagens da **parcialização da frente de escavação**.³

Já existem programas de estabilidade 3-D, permitindo elaborar os desejados ábacos de coeficientes de ajuste $3D = f(2D)$; aliás, estes necessários também para, e análogos aos de, fundações profundas.

8.2 *Conseqüências de instabilizações parciais, e sucessivas.*

Na Fig. 8 anexa apresentamos uma indicação importante, por enquanto extraída de provas de carga de sapatas sobre areia uniforme de compactade média. Oportunamente serão ampliados estes dados estatísticos para sapatas, e, **mais pertinente ao caso em foco**, estão sendo analisados de forma análoga

² Note-se que na época fôra empregada a análise da estática do corpo sólido rígido por Forças totais e Pressões Neutras de Superfície. Ressaltamos aqui (e já há tempos, em publicações diversas) que **este procedimento** está errado, tem que ser substituído pelo correto frizado em 2.3 acima, tanto por causa das deformações de corpo sólido NÃO - RÍGIDO, como pelo fato da não-linearidade da equação Mohr-Coulomb de resistência alterar (um tanto) a estática e o F.S.

³ Na maioria das condições constitui decisão favorável, por reduzir a “janela” e iniciar vantagens de drenagem etc. Geralmente resulta desfavorável à logística e custos. O que precisa ser ressaltado é que existem casos em que **pode até resultar tecnicamente desfavorável**, dependendo de (1) quanto absorve (e quanto remanescerá) da resistência in situ em função do FS e da curva tensão-deformação-tempo (2) concentração de gradientes de percolação de saída pontual.

os resultados de **arrancamento de placas de ancoragem** (que dão curvas tensão-deslocamento inteiramente semelhantes).

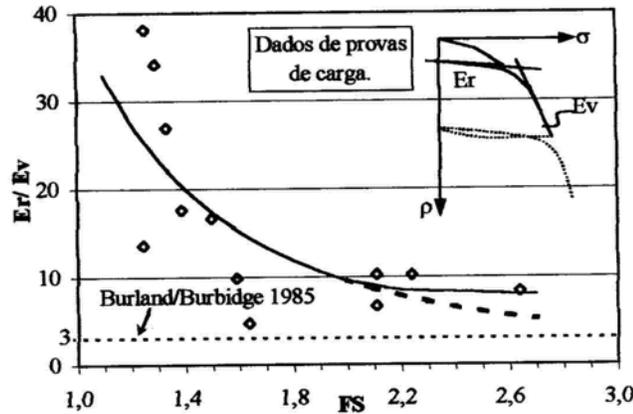


Fig. 8 - Relação entre módulos nominais de recompressão e de compressão virgem.

Para o caso de túneis (alívio de tensão no interior do maciço) é válido **por extenso trecho de $\Delta\sigma$ o módulo nominal de decompressão**. Nas provas de carga tal módulo é quase idêntico na decompressão-recompressão. Ora a Fig.8 mostra que a relação de módulos, o “amolecimento”, é muito grande, da ordem de 8-10 com $FS \geq 2$, e aumentando para 20-30 vezes quando $FS \leq 1,4$.

Na Fig. 9 apresentamos esquematicamente as curvas de alívios de tensão com os deslocamentos ρ respectivos, associados a fatores FS e a presumidos **TEMPOS**. Entra o **tempo de auto-suporte**. Tudo evidente, mas a despeito de extensa e intensa pesquisa bibliográfica, inexistem os ensaios que permitam iniciar quantificações razoáveis, por enquanto.

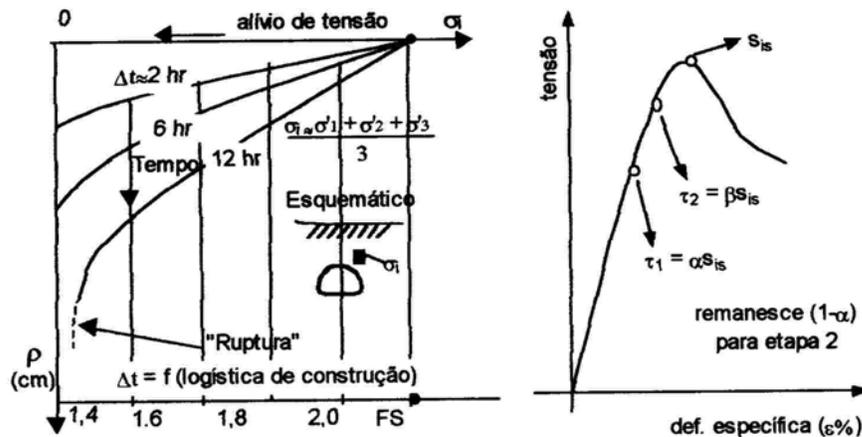


Fig. 9 - Condições ao redor do túnel, instabilização por alívio de pressão, reologia do tempo de auto-suporte requer investigações.

8.3 Instabilizações potenciais ulteriores, sequenciais, laterais, e da abóbada.

A tigela típica, transversal, de recalques⁴ tão insistentemente apresentada e conferida, visivelmente corresponde **não só ao intuitivo alívio** de tensões em semi-maciço pseudo-elástico, mas também a umas instabilizações potenciais que complementam a primeira, **frontal**. Denominamos de instabilizações potenciais **laterais, esquerda e direita**, e a **da abóbada**. A Fig. 6 apresenta esquematicamente tais zonas cujas instabilizações potenciais **também serão analisadas por equilíbrio limite**. Propositadamente configuramos uma sapata carregada no topo do maciço instabilizável esquerdo, para mostrar a facilidade com que condições distintas podem ser comparadas nas análises por equilíbrio limite.

O que mais importa é compor esta Fig. 6 com as indicações esquemáticas da Fig.9. Na faixa correspondente à abóbada o FS composto final geralmente terá que ser menor, correspondente a uma tensão cisalhante já solicitada e absorvida de s_{is} , e sequencialmente solicitada até o nível de βs_{is} mais próximo da ruptura. O “amolecimento” do volume acima da abóbada é assim aumentado, acentuando os recalques do fundo da tigela a mais do que seria previsto por intuições iniciais.

Cabe assinalar, de novo, que bem junto à frente, antes que esta avance uns (2 a 3)D, as instabilizações parciais em apreço passam por uma condição 3D, que ulteriormente passa a ser realisticamente 2D (e beneficiada pela contribuição resistente do revestimento primário). A condição 3D e o tempo de auto-suporte conjugadamente fornecem alguma contribuição favorável, que tende a ser maior quanto menor a seção e volume do avanço parcializado. Não esquecer, todavia, que a condição 2D final conta com resistência remanescente decrescida, e módulo de deformabilidade ainda mais amolecido.

8.4 Compatibilização de análises por elementos finitos, e os dados de subsidencias observadas, segundo a grande maioria das publicações.

As Figs. 3b e 10 anexas evidenciam claramente que a tigela mais corrente, tipo Gaussiana, “afunda” um tanto mais na faixa central, sobre o eixo do túnel, do que resulta das análises elásticas, elasto-plásticas, e outras, seja analíticas com suas idealizações, seja realizadas por elementos finitos. Rodamos vários casos, intuitivamente sugeridos, empregando o programa FLAC, e comportamentos

⁴ Inexoravelmente acompanhada de deslocamentos horizontais, comparação do arco e corda respectiva.

elasto-plásticos, camadas diferenciadas, etc.: não logramos compatibilizações razoáveis.

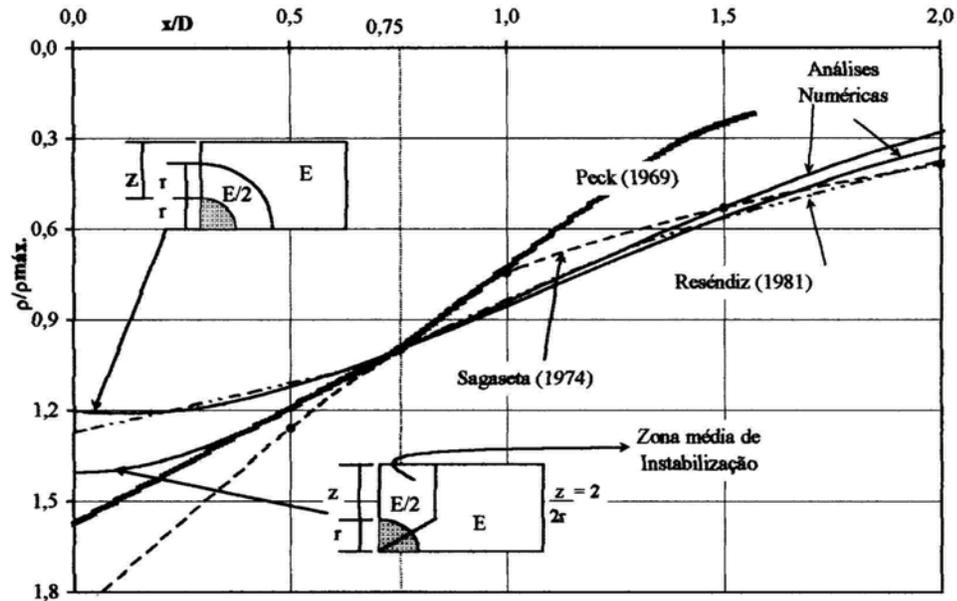


Fig. 10 - Análises (FLAC, etc.) com plastificações aplicadas: a) em todo o maciço; b) auréola, falham em explicar perfil aprofundado; c) em zonas instabilizadas coincidem com Gaussiana.

Um trabalho publicado por Lee, K.M. et al., 1992 (“Subsidence owing to tunneling I Estimating the gap parameter” *Canadian Geot. Jr.*, 29, pp.929-940) supriu a desejada insinuação, acoplada ao reconhecimento da Fig. 8, relativa à grande redução do módulo nominal em função do FS. Lee et al. aplicaram a redução do E ao “gap” ao redor de túnel-courça (shield): podemos considerar o caso análogo à adulteração da qualidade rochosa na auréola em torno da escavação. O ponto fundamental é **aplicar a alteração do módulo** na faixa de instabilização parcial, e de conformidade com o FS estimado.

Na Fig. 10 está esquematizada a faixa diretamente sobre a abóbada, na qual, na malha de elementos finitos, aplicamos a redução média do módulo nominal para a metade. Mesmo com redução (média) tão modesta, a intuição surtiu o efeito na direção desejada: não vimos necessidade de prosseguir em busca de melhores ajustes pois:

(1) o princípio é lógico e geomecanicamente bem quantificável

(2) os dados que inicialmente levaram à curva Gaussiana sabidamente correspondiam a técnicas construtivas menos aprimoradas do que as atuais, com prováveis FS menos amplos do que seriam procurados e alcançados na atualidade.

9. TÓPICOS COLATERAIS CONSCIENTEMENTE APRECIADOS.

Reconhecemos que não cabe no presente, perante Vossas necessidades e propósitos, resumir a vasta bibliografia de renomados autores que tivemos o privilégio de analisar meticulosamente. O que cabe, e é importante mencionar, é que a síntese sequencial supra decorreu não só da compreensão dos propósitos e limitações de caso a caso, mas também da ponderada percepção do que merece ser incorporado perante as realidades atuais, e o que convida ao descarte liminar.

Um das necessidades indiscutíveis muito freqüentemente inexistentes nas proposições incluiriam:

1. Inclusão do lençol freático, redes de percolação, controles de pressões, fluxos, e conseqüências.
2. Túneis de grande diâmetro, a pouca profundidade comparativa.
3. Túneis de formas diversas, sem necessidade de idealizações para formas circulares, elípticas, retangulares: o tanto quanto possível alguma busca por otimização da seção seja para fins transientes construtivos, seja para os de longo prazo de obra operacional.
4. Revestimentos primários de cura rápida, provendo reação iterativa com o terreno desde cedo.
5. Tais revestimentos “flexíveis” estruturalmente.
6. Muitos trabalhos antigos, e não-urbanos, se limitaram a conferir o comportamento (principalmente deformações, raramente tensões e pressões) do revestimento pronto. Na conceituação moderna tem pouco interesse, porquanto o **revestimento primário** já tem que ser suficiente para minimizar efeitos traduzidos no (e pelo) terreno e imóveis lindeiros; o revestimento secundário tende a ser um incremento de obra a realizar com folga.

O interesse (pregresso) na estrutura definitiva explica as referências às **deformações como porcentagens do diâmetro** (ex. 0,25% em média, $\leq 1\%$). Tal conceituação dista de qualquer **associação aos agentes causadores** (massa geomecânica e água) e assim freqüentemente desnorteia.

7. A profissão se ressentia ainda fortemente da falta de documentação, razoavelmente postulada e comprovada, para gerar ábacos de coeficientes de ajuste dos deslocamentos medidos no revestimento (com pequeno atraso) e/ou no terreno aureolar, para os que se traduzem até a superfície. A grande culpa recai sobre a persistência em **observar efeitos exteriorizados (complexos)** sem procurar estimar e documentar os parâmetros de comportamentos causadores, geomecânicos.

A solução flagrante está sendo a de buscar deslocamentos tendendo para zero, independentemente dos ônus perceptíveis e recônditos: freqüentemente desnecessária, e sempre muito onerosa.

10. LIMITES DE ALERTA PARA: (a) INSTRUMENTAÇÃO, (b) DEFORMAÇÕES DA SUPERFÍCIE, (c) DEFORMAÇÕES DIFERENCIAIS TOLERÁVEIS PARA ESTRUTURAS.

No que tange aos limites toleráveis de deformações totais e diferenciais dos edifícios (e outras obras, adutoras, etc...) cumpre ressaltar que por vários motivos os limites publicados, e reiteradamente citados, relativos a edifícios, **são inexoravelmente imprudentes, otimistas**. Por falta de observações específicas presentemente não se conhecem os níveis toleráveis a empregar: seria e será pequeno o investimento que proveria elevada relação benefício/custo neste particular.

Limites de alerta para instrumentação.

Com relação a túneis urbanos, onde o projeto está condicionado pelos limites toleráveis de recalques totais e diferenciais, um problema crucial é a previsibilidade do grau de deterioração dos principais parâmetros geomecânicos (FS, tempo etc) e sua conseqüência em recalques, convergências tão intensamente monitorados. Quais são os limites de alerta para tais deformações? E, com respeito a edifícios, existe alguma comprovação e atualização dos limites toleráveis publicados por Skempton & McDonald, 1956 e Bjerrum, 1963 e até hoje religiosamente citados e adotados como referência?

Vários questionamentos tem sido publicados, inclusive de Mello, V.F.B. (1969), ressaltando alguns aspectos ainda sem quantificação adequada:

a) quais os coeficientes de ajustes entre os recalques (e, seus efeitos) observados nas estruturas e aqueles calculados previamente na fase de projeto? Decisões de projeto para evitar fissuramentos só podem ser feitas com base em recalques calculados a priori ...

b) cada andar de um edifício só começa seu histórico de acúmulo de deformações diferenciais a partir do momento que é construído e, portanto, analisar os efeitos a partir de monitoramentos nos pilares do nível térreo tenderia a reduzir as tolerâncias reais a novos incrementos de recalques diferenciais.

c) desconhecimento sobre os carregamentos que efetivamente atingem as fundações, especialmente as conseqüentes redistribuições provocadas pelos inexoráveis recalques diferenciais que ocorrem em toda e qualquer estrutura.

d) finalmente, os limites admissíveis de incrementos de recalques devido às escavações são totalmente desconhecidos, tanto porque não se conhecem as reais condições iniciais de cada estrutura (histórico progresso), mas principalmente porque os incrementos são essencialmente rápidos.

11. DOCUMENTAÇÃO COMPLEMENTAR NECESSÁRIA, EM CURSO DE COLETA E INTERPRETAÇÃO.

A meta colimada tem que ser francamente prática. Por menor que seja o grau de precisão e fiabilidade que se alcance, só pode resultar muito melhor do que o vácuo e a confusão que resume a situação atual (ver Fig.11 extraída do Relatório do Estado-da-Arte de Peck, México 1969).

Assim, prevalece o propósito de **produzir gráficos e ábacos** que facultem a rápida leitura de condições comparativas. É necessário que possam, o tanto quanto possível, empregar soluções de tipo analítico e/ou numérico já disponíveis, e nelas **superpor os coeficientes de ajuste** que caiba associar às condições específicas do caso em pauta. Tal propósito almejado implica num conjunto de trabalhos em paralelo e série, que a seguir resumimos:

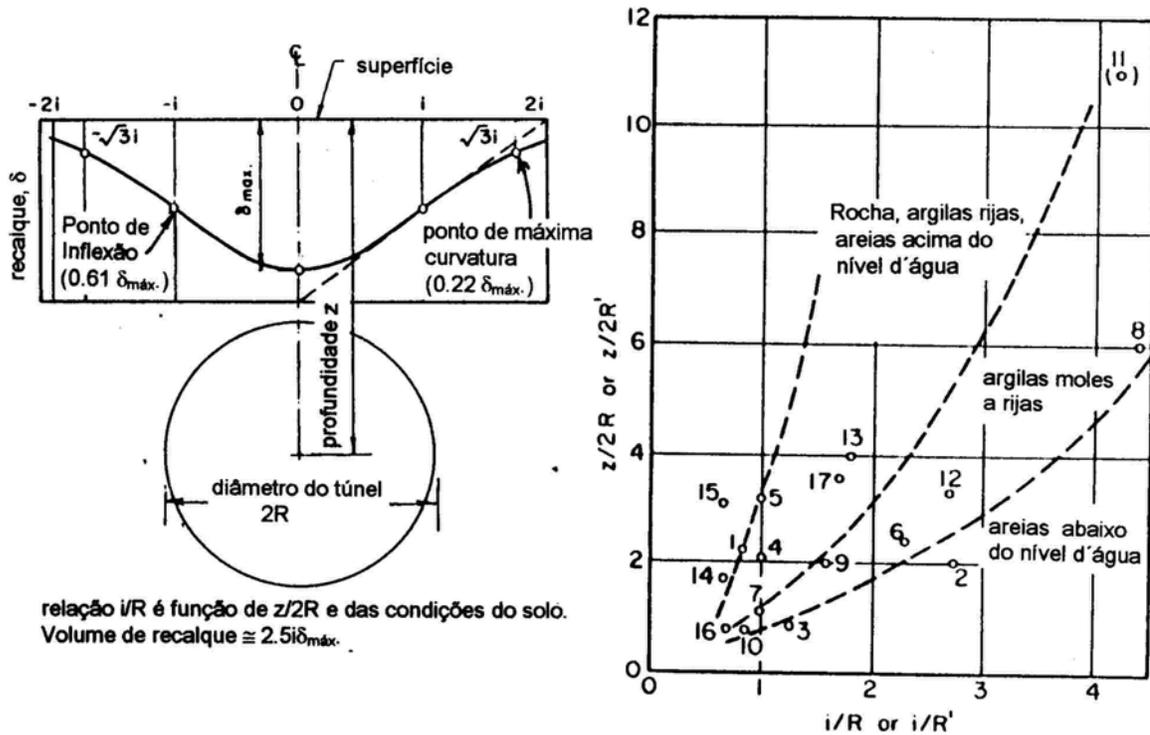


Fig. 11 - Relação entre largura da superfície de recalque representada por i/R e profundidade adimensionalizada do túnel, $z/2R$, para vários túneis em diferentes materiais.

1. Em análises 2D de equilíbrio limite, definir aproximadamente as zonas instabilizáveis, frontal, laterais, e da abóboda (esta por inferência direta da faixa remanescente). Todas tem que ser orientadas judiciosamente, de conformidade com a experiência e as intuições teóricas correntes: resultarão em ábacos análogos aos "Stability Charts" (de Taylor, e outros, Hoek and Bray, etc..) para instabilizações de taludes. Os fatores instabilizantes naturais são as dimensões, os parâmetros de resistência, e as redes de percolação.

2. Realizar um estudo sucinto de **coeficientes de ajuste 3D para 2D** mediante varredura bibliográfica de casos publicados, e algumas análises específicas mediante programa computacional específico 3D, por elementos finitos.

Este coeficiente poderá chegar a ser bem grande com redução progressiva das dimensões (em planta), segundo indica a lógica das análises de instabilização de "afundamento", sendo este o fator básico que justifica as parcializações da seção de escavação da frente.

3. Reunir o tanto quanto possível de informações para estimar comportamentos tensão-deformação-tempo que condicionam: (a) tempo de auto-suporte; (b) progressivo e acentuado “amolecimento” do módulo nominal de elasticidade nas zonas de parcial e potencial instabilização (variação de $E = f(FS)$).

A despeito de ser este essencialmente o mais importante fator que determina a viabilização da escavação até a efetivação da contenção, cabe reconhecer com espanto que não existe a mínima indicação, quer experimental quer conceitual, diretamente para o assunto. Como primeiro passo só cabem varreduras de dados: (1) de publicações de ensaios de cisalhamento (e de extensão triaxial) conduzidos sob várias velocidades constantes de deformação, respeitando não afetar diferenciadamente as pressões neutras geradas pela própria tensão desviatória; (2) análise interpretativa de provas de carga (de carregamentos, principalmente de placas e de estacas curtas) analisando judiciosamente a separação (um tanto arbitrária) de deslocamentos “imediatos”, dos respectivos deslocamentos “retardados”. Os resultados buscam indicações associadas ao FS (referido à condição final de ruptura) e às diferentes proporções de deslocamentos retardados/imediatos com o tempo.

A mesma análise tem que ser procedida também para provas de arrancamento de placas e ancoragens pouco profundas.

Os resultados tem que ser analisados diferenciando os solos segundo classificações, e principalmente segundo dados ou estimativas da **coesão e resistência à tração**.

Mediante cartas circulares estamos em vias de coletar o máximo de resultados de provas de carga que existam nos arquivos de amigos internacionais, e dos colegas-amigos da praça.

4. Realizar duas séries comparativas de análises 2D de elementos finitos, uma na região frontal, e outra, para a região lateral, ambas com o fito específico de comparar as redistribuições de tensões quando condicionadas por dois critérios distintos de ruptura:

- (a) segundo o clássico (e até agora persistente) critérios de ruptura por cisalhamento;
- (b) admitindo rupturas também por tração (qualquer dos dois que ocorra primeiro).

Dependendo do solo são muito diferenciadas as proporções da resistência à tração comparada com a de cisalhamento (coesão nominal) sob tensão normal próxima de zero.

5. Ulteriormente, a prazo mais longo, realizar algumas análises comparativas 2D para tratamentos específicos mais correntes (a) chumbadores e/ou ancoragens (b) enfilagens (c) abóbadas de cilindros JG justapostos.

A intenção será sempre a de procurar transformar os resultados em **coeficientes de ajuste apresentados em ábacos**, para que sirvam: (1) para rápida orientação do acompanhamento técnico de obra, nas decisões imediatas entre opções; (2) como pano de fundo para a progressiva plotagem de **dados de obra e de obras**, que orientem os ajustes de melhor aproximação a que a *profissão incansavelmente nos convoca*.

12. Ressalvas resumidas relativas às reações estruturais do revestimento primário.

Por razões varias, toda a exposição supra obviou a qualquer menção do **fator primordial de contenção imediata**, que é o revestimento primário de concreto projetado (com suas múltiplas facetas de variabilidade especializada). São muitos, e importantes, os fatores qualificáveis como precipuamente do **âmbito estrutural**, e que exigirão consideração à parte. Cumpre aqui ressaltar dois **problemas de grande relevância** que via de regra não tem sido adequadamente reconhecidos e incorporados.

Dependem muito mais do solo (terreno), do que da “estrutura”, embora sejam *correntemente considerados como atendidos pela chamada “interação solo-estrutura”*. É que tais interações raramente levam em conta: (1) as diferenças (nos solos) entre ação (ativa) e reação (passiva), conjuntamente com a acentuada não-linearidade dos comportamentos (principalmente das reações) *em função de dimensões e níveis de tensões transmitidas*; (2) o acumulo progressivo de **condições transitoriais instabilizantes tensão-deformação-tempo**, com seus conseqüentes sucessivos “amolecimentos”, a contrapor contra os benefícios diretos, expostos e intuídos, das parcializações seguidas de *quebras e reconstituições*.

Com relação às ações-reações, as ações são razoavelmente bem definíveis. Exemplos óbvios são: o peso de terra, com pressão vertical geradora; também, atuação de uma ancoragem. As reações são obviamente intuídas: o principal

exemplo diz respeito ao uso do arco invertido da base, para prover o fecho estabilizador do total da “casca”. Salta à vista que se tal arco tem vão muito grande, curvatura rasa, e espessura delgada, toda a parte **central deixa de ter qualquer possibilidade de funcionar com a desejada reação**. Ademais, o que costuma passar despercebido é justamente o efeito da seqüência de operações, com seus alívios, FSs, e “amolecimentos”. Já nas primeiras escavações, mesmo parcializadas, ocorrem alguns alívios e redistribuições. Assim, em etapa ulterior, em que uma parte dos side-drifts SDs continua carregada, e o restante é quebrado para completar o trecho central, passa a ser ilusório o desenvolvimento das reações centrais. E assim por diante. Os coeficientes de reações de base variam muito dependendo de perturbações e FSs anteriores, e das dimensões presumidas carregadas.

É sempre melhor aplicar tratamentos de ações, do que contar com os apoios de reações. Tal realidade ainda não tem sido adequadamente incorporada nos programas computacionais.

13. CONCLUSÃO.

Conquanto nos julgemos justificados em regozijo por termos encontrado a orientação lógica a seguir, resultam claros os passos próximos futuros, e o fato de que há muito que fazer, com ferramentas correntes, prenunciando elevada perspectiva benefício/custo.

14. LISTAGEM DE BIBLIOGRAFIA RESUMIDA APROXIMADA.

1898 Kirsch. 1913 (a) Bierbaumer (b) English
 1922 Hewett e Johannesson. 1926 Schmied
 1933 Protodyakonov. 1936 Bala
 1938 Fenner. 1939 (a) Mindlin (b) Eszto
 1940 (a) Kammerell (b) Zurabov e Bougayeva
 1943 Terzaghi . 1946 Terzaghi . 1949 Kastner
 1950 Davydov. 1952 Terzaghi e Richart
 1953 Muskhelishvili. 1954 Ritter (anterior) apresentada/aprimorada por Horvath
 1957 Kerisel. 1961 (a) Rozsa (b) Savin (c) Sherman
 1963 Bollo, Hacar, Muzas. 1964 (a) Horn (b) Ang e Harper

- 1966 (a) Szechy (b) Mintshev (c) Laura (d) Wang e Singh (e) Goodman (f) Anderson (g) Dodd (h) Taylor (i) Reyes e Deere
(i) de Beer e Buttiens
- 1967 (a) Ang e Chang (b) Obert e Duvall (c) Zienkiewicz
- 1968 (a) Deere, Peck et al (b) Wissmann (c) Khristov (d) Goodman, Taylor, Brekke (e) Hayashi e Hibino
- 1969 (a) Smolczyk e Holzmann (b) Agarwal e Boshkov (c) Zienkiewicz (d) Guellec (e) Dahl e Voight (f) Wang e Voight (g) Davydov, Ogranovich, Repnikov
- 1970 (a) Gill, Coates, Geldart (b) Sakurai (c) Barla (d) Uriel e Sagaseta (e) Zienkiewicz, Best, Dullage, Stagg
- 1971 (a) Muzas (b) Kisiel
- 1972 (a) Lorente de No (b) Muzas (c) Barla (1)(2) (d) Cañizo, Castillo, Sagaseta

ANEXO 1

Anexamos ao presente algumas folhas de desenhos extraídos da Tese de PhD do Sagaseta, 1973, nas quais se vê claramente as múltiplas tentativas de postular superfícies e volumes críticos hipoteticamente instabilizáveis, com seus pesos aplicados sobre revestimentos, etc. Em sua maioria tais "capelas" não só nada tem a ver com as observações mais correntes de rupturas, mas também nada mencionam sobre *água* (principal fator danoso) nem sobre comportamentos geomecânicos (resistência, deformabilidade, permeabilidade). Dispensamos comentar.

CONCLUSÕES RESUMIDAS :

1. A curva Gaussiana :

(a) não só é estéril quanto a fornecer indicação razoável, *lastreada em geomecânica*, para facilitar avaliações de *como alter(am)(arão) as condições*, e necessidades de tratamentos, de seção para seção, na longitudinal do túnel;

(b) mas também só ocorre por associação (recondita) a condições de instabilizações (FS baixos, métodos construtivos progressos insuficientemente aprimorados) que *devem ser conscientemente minimizadas/evitadas*.

2. A via geomecânica fornece meios lógicos para os cálculos e avaliações, desde que se separem, e a seguir conjuguem, dois passos :

(a) previsão de zonas instabilizáveis e seus FS, usando Equilíbrio Limite;

(b) estimativas de recalques com judiciosos "amolecimentos" de acordo com os (FS, TEMPO) nas zonas instabilizáveis.

3. A despeito de ainda não existirem ensaios específicos para determinações de tempo de auto-suporte, os conhecimentos geotécnicos colaterais bem facultam as avaliações judiciosas necessárias, por quem dê direito.

4. Grande proporção dos monitoramentos em voga :

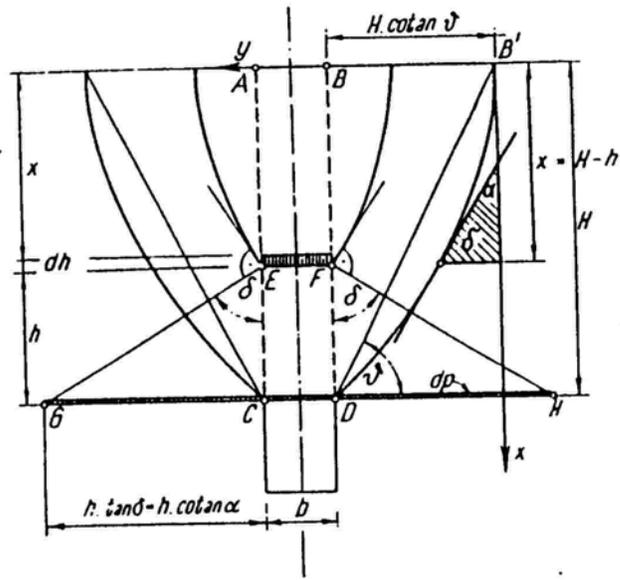
(a) não só pouco servem para o caso específico e suas desejadas orientações ;

(b) em nada serviram até o presente, para a finalidade fundamental de destilar experiência para nortear projetos/construção/tratamentos de casos futuros.

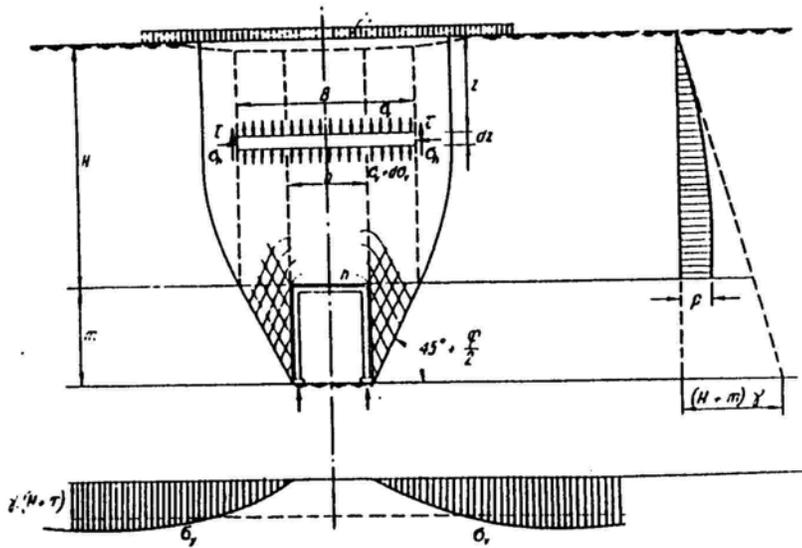
(c) só proverão alguma base estatística (conquanto muito dispersa, embora menos do que a de Peck-Schmidt, Mexico 1969, e mais racional) se forem reanalisados com um mínimo de separação judiciosa dos *presumidos comportamentos*

(1) nos agentes causadores (geomecânicos e hidrodinâmico), e

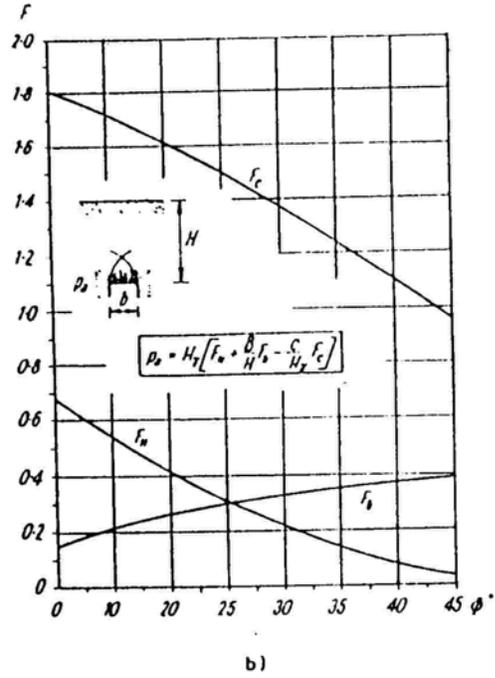
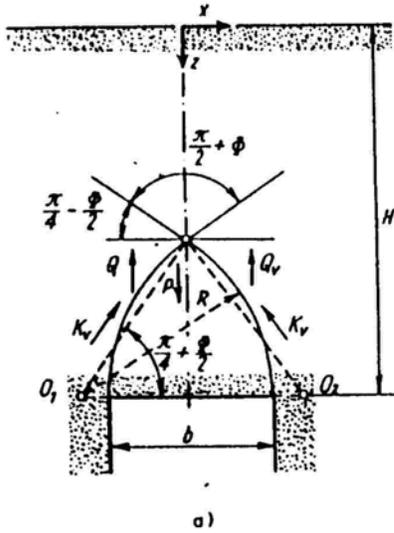
(2) dos agentes de reação estrutural dos revestimentos.



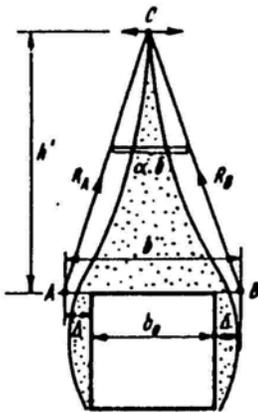
Teoria de ESZTO



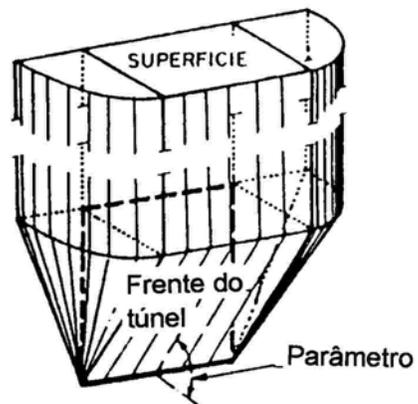
Teoria de pressões de terra de TERZAGHI.



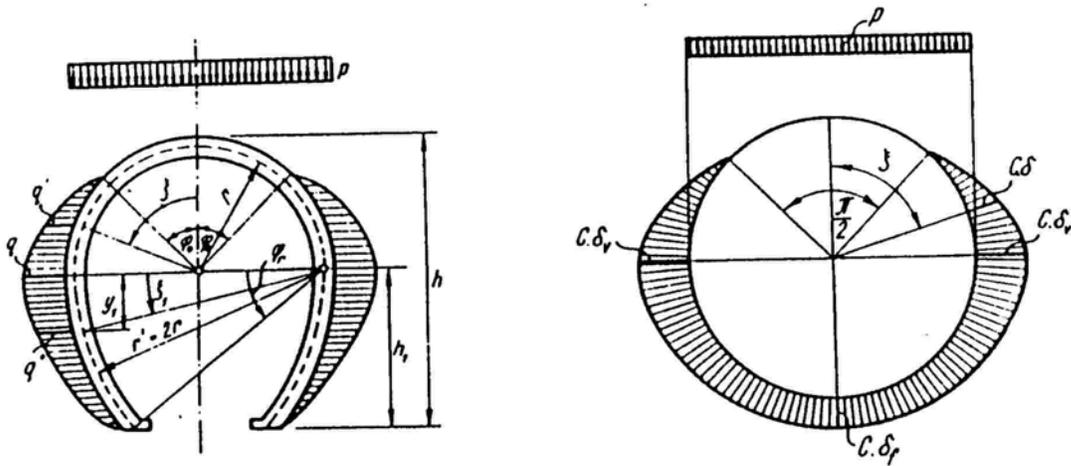
Teoria de BALLA.



Analogia estática de SZÉCHY.



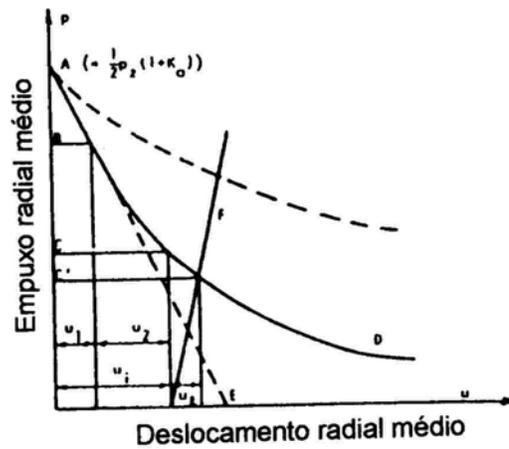
Equilíbrio limite na frente do túnel, segundo HORN.



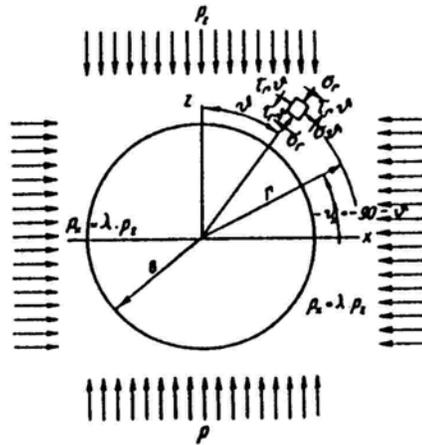
a) Túnel em ferradura

b) Túnel circular

Apoio elástico do túnel, segundo ZURABOV e BOUGAYEVA.



Interação entre terreno e revestimento, segundo DEERE e PECK.

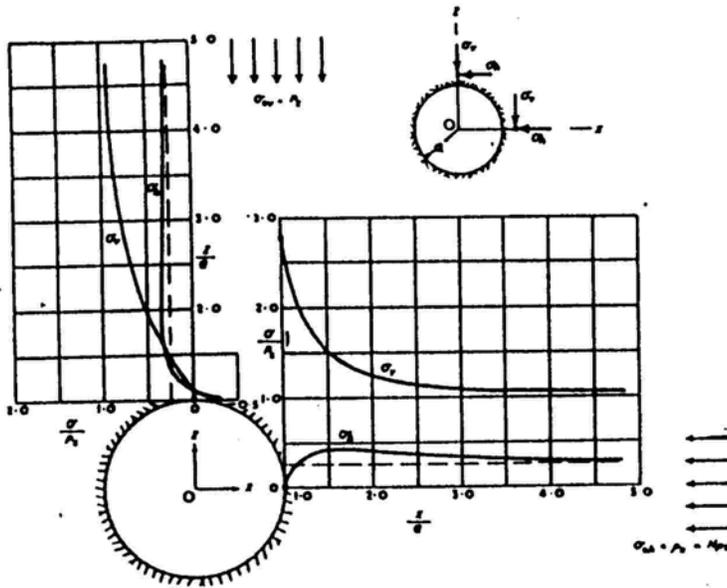


$$\sigma_r = \frac{p_i(1+\lambda)}{2} \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) + \frac{p_i(1-\lambda)}{2} \left(1 + \frac{3a^4}{r^4} - \frac{4a^2}{r^2}\right) \cos 2\theta$$

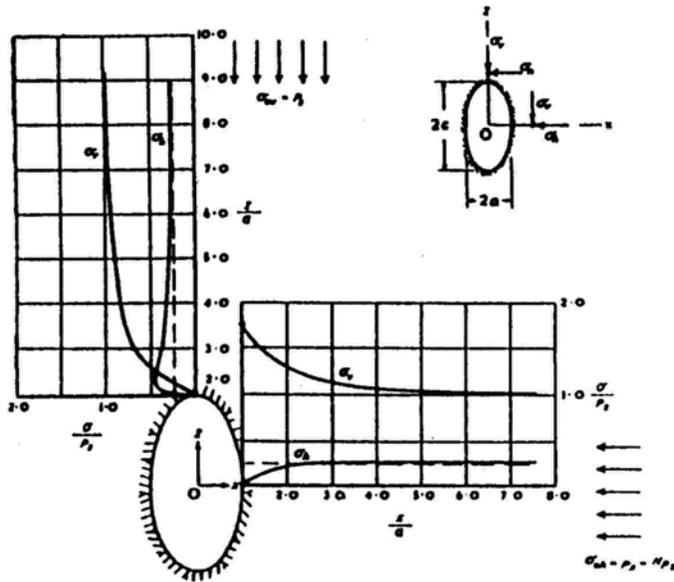
$$\sigma_\theta = \frac{p_i(1+\lambda)}{2} \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) - \frac{p_i(1-\lambda)}{2} \left(1 + \frac{3a^4}{r^4}\right) \cos 2\theta$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{p_i(1-\lambda)}{2} \left(1 - \frac{3a^4}{r^4} + \frac{2a^2}{r^2}\right) \cos 2\theta$$

Solução de KIRSCH.



a) Orifício circular.



b) Orifício elíptico ($a/c = 1/2$).

Distribuição de tensões ao redor de um orifício em meio elástico homogêneo com $\lambda=0,25$, segundo TERZAGHI e RICHART.

